

平面六杆机构的运动仿真研究

张聚涛,王 庚

(唐山学院 教务处,河北 唐山 063000)

摘要:为提高平面六杆机构的设计效率,结合平面六杆机构的装配条件和极端位置时的杆长,分析了其曲柄存在的充分条件和必要条件,应用 Delphi 编制相关程序,实现了平面六杆机构的运动仿真,并通过 B 样条曲线拟合轨迹点得到了平面六杆机构连杆的运动轨迹曲线。

关键词:平面六杆机构;运动仿真;连杆曲线

中图分类号:TH122 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-349X(2020)03-0012-04

DOI:10.16160/j.cnki.tsxyxb.2020.03.003

Research on Motion Simulation of Planar Six-Bar Mechanism

ZHANG Ju-tao, WANG Geng

(Office of Academic Affairs, Tangshan University, Tangshan 063000, China)

Abstract: In order to improve the efficiency of the planar six-bar mechanism, this paper combines the assembly conditions of the mechanism and the rod length at the extreme position, analyzes the sufficient and necessary conditions for the crank, compiles some relevant programs with Delphi. In this way, the motion simulation of the planar six-bar mechanism is realized, and the trajectory of its connecting rod curve is obtained by fitting the trajectory points of the B-spline curve.

Key Words: planar six-bar mechanism; motion Simulation; connecting rod curve

连杆机构在实际生产、生活中有着广泛的应用,其传统的设计方法繁琐复杂,通过计算机辅助设计可以实现连杆机构运动和连杆曲线动画演示^[1],对提高设计速度和质量有重要意义。

1 平面六杆机构模型的创建

图 1 为平面六杆机构,此六杆机构是在五杆机构的基础上,加入杆 2,再在杆 1 与杆 2 之间加入一对齿轮,其他各杆采用铰接传动。要想对图示的六杆机构进行运动仿真,首先要分析其杆 1,杆 2 和杆 5 在运动时曲柄的存在条件。

2 平面六杆机构中曲柄的存在条件

2.1 曲柄存在的充分条件

六杆机构首先要满足其装配条件^[2]。当图

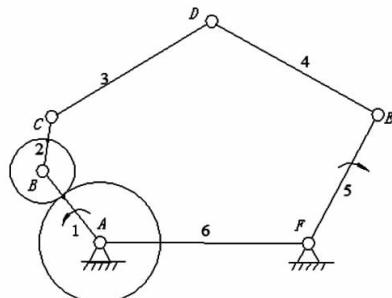


图 1 平面六杆机构示意图

1 的六杆机构运动到极端位置时,杆 3 和杆 4 组成的三角形 CDE 只要满足三角形构成的边长定理,六杆机构即可满足装配条件。

$$\begin{aligned}l_3 + l_4 &\geq l_{\max}, \\|l_3 - l_4| &\leq l_{\min}.\end{aligned}$$

作者简介:张聚涛(1980—),男,河北石家庄人,讲师,硕士,主要从事机械设计制造研究。

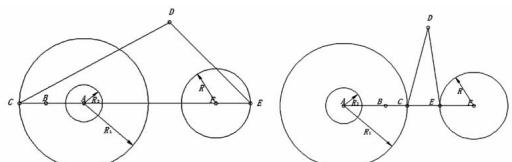
其中, l_3, l_4 分别为杆 3 和杆 4 的长; l_{\max}, l_{\min} 分别为 CE 两点间的最大距离和最小距离。

只要图 1 六杆机构在不同极端位置时 CE 两点之间的最大距离 l_{\max} 和最小距离 l_{\min} 满足装配条件, 即可确保杆 1、杆 2 和杆 5 都为曲柄。

设图 1 六杆机构中杆 1、杆 2、杆 5、杆 6 的长分别为 l_1, l_2, l_5, l_6 , 杆 5 的旋转半径为 $R = l_5$, 杆 1 和杆 2 的最大旋转半径为 $R_1 = l_1 + l_2$, 杆 1 和杆 2 的最小旋转半径为 $R_2 = |l_1 - l_2|$ 。下面分情况讨论六杆机构运动到极端位置时, l_{\max} 和 l_{\min} 的大小。

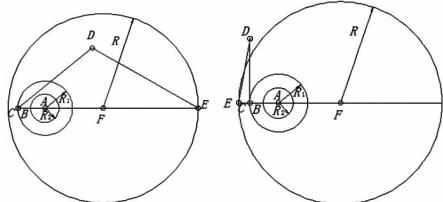
2.1.1 当 $l_1 + l_2 \leqslant |l_5 - l_6|$ 时

情形 1



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_6 - l_1 - l_2 - l_5.$$

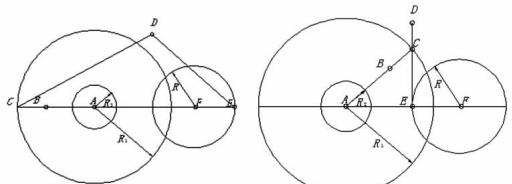
情形 2



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_5 - l_1 - l_2 - l_6.$$

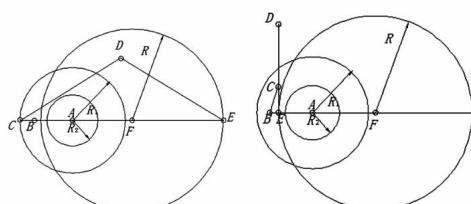
2.1.2 当 $|l_5 - l_6| \leqslant l_1 + l_2 \leqslant l_5 + l_6$ 时

情形 3



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = 0.$$

情形 4

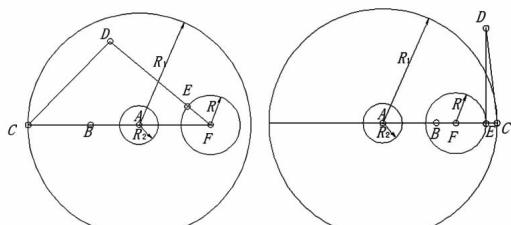


$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = 0.$$

2.1.3 当 $l_1 + l_2 \geqslant l_5 + l_6$ 且 $|l_1 - l_2| \leqslant |l_5 - l_6|$ 时

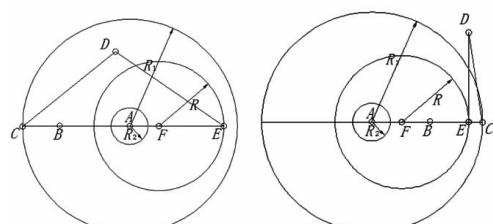
$$(1) \max(l_1, l_2) < \max(l_5, l_6)$$

情形 5



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_1 + l_2 - l_5 - l_6.$$

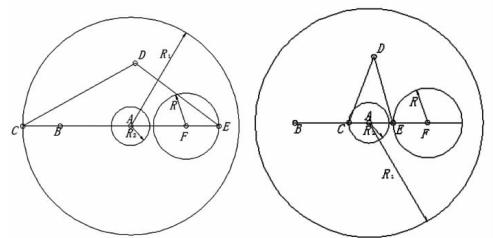
情形 6



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_1 + l_2 - l_5 - l_6.$$

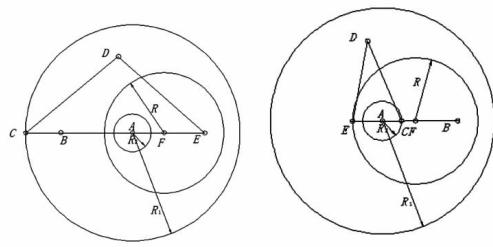
$$(2) \max(l_1, l_2) > \max(l_5, l_6)$$

情形 7



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_6 + |l_1 - l_2| - l_5.$$

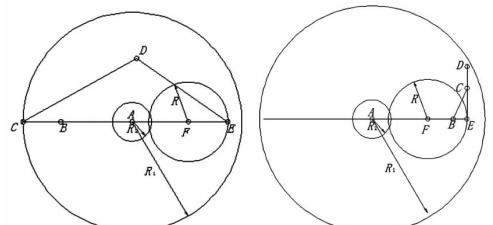
情形 8



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = l_5 + |l_1 - l_2| - l_6.$$

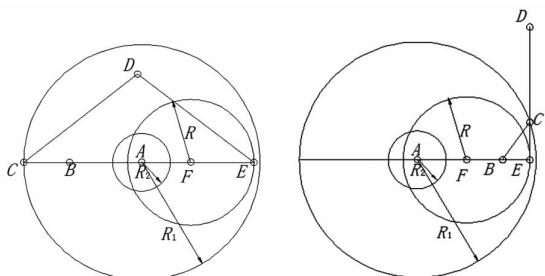
2.1.4 $|l_1 - l_2| \geqslant |l_5 + l_6|$ 且 $l_1 + l_2 \geqslant l_5 + l_6$ 时

情形 9



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = 0.$$

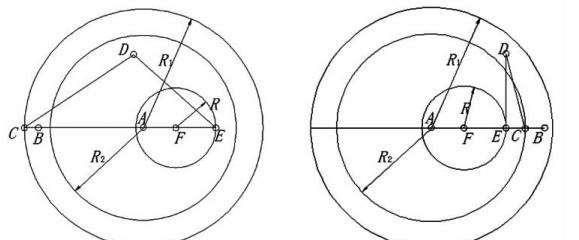
情形 10



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = 0.$$

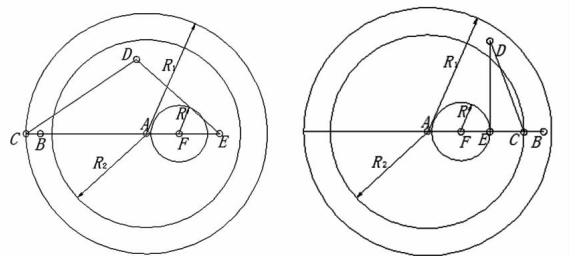
$$2.1.5 \quad |l_1 - l_2| \geq (l_5 + l_6) \text{ 时}$$

情形 11



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = |l_1 - l_2| - (l_5 + l_6).$$

情形 12



$$l_{\max} = l_1 + l_2 + l_5 + l_6, l_{\min} = |l_1 - l_2| - (l_5 + l_6).$$

将上述 12 种情形的极值代入到装配条件公式, 综合分析可得杆 3 和杆 4 的取值范围。杆 3 和杆 4 满足这个取值范围, 可保证杆 1, 杆 2 与杆 5 为曲柄, 即六杆机构曲柄存在充分条件为:

$$(1) l_1 + l_2 \leq |l_5 - l_6| \text{ 时}, l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, |l_5 - l_6| - (l_5 + l_6) \geq |l_3 - l_4|.$$

$$(2) |l_5 - l_6| \leq l_1 + l_2 \leq l_5 + l_6 \text{ 时}, l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, |l_3 - l_4| \leq 0.$$

$$(3) l_1 + l_2 \geq l_5 + l_6 \text{ 且 } |l_1 - l_2| \leq |l_5 - l_6| \text{ 时}, \\ (a) \max(l_1, l_2) < \max(l_5, l_6), \text{ 则 } l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, l_1 + l_2 - l_5 - l_6 \geq |l_3 - l_4|; (b) \max(l_1, l_2) > \max(l_5, l_6), \text{ 则 } l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, |l_5 - l_6| - |l_1 - l_2| \geq |l_3 - l_4|.$$

$$(4) |l_1 - l_2| \geq |l_5 - l_6| \text{ 且 } l_1 + l_2 \geq l_5 + l_6 \text{ 时}, l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, |l_3 - l_4| \leq 0.$$

$$(5) |l_1 - l_2| \geq |l_5 - l_6| \text{ 时}, l_1 + l_2 + l_5 + l_6 \leq l_3 + l_4, |l_1 - l_2| - (l_5 + l_6) \geq |l_3 - l_4|.$$

2.2 曲柄存在的必要条件

平面六杆机构夹角情况如图 2 所示。

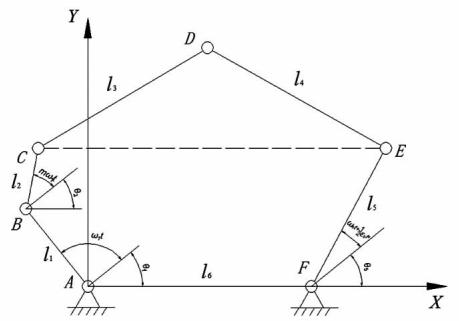


图 2 平面六杆机构夹角示意图

C, E 两点的坐标为:

$$C_x = l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos \alpha_2, C_y = l_1 \sin \alpha_1 + l_2 \sin \alpha_2; E_x = l_6 + l_5 \cos \alpha_5, E_y = l_5 \sin \alpha_5.$$

$$\text{其中, } \alpha_1 = \omega_1 t + \theta_1; \alpha_2 = m\omega_1 t + \theta_2; \alpha_5 = \omega_5 t + \frac{1}{2} \epsilon_5 t^2 + \theta_5.$$

则杆 1 与杆 5 两原动件按一定规律运动时, CE 之间的距离 l 满足:

$$l^2 = (C_x - E_x)^2 + (C_y - E_y)^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_5^2 + l_6^2 + 2l_1 l_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - 2l_1 l_5 \cos(\alpha_1 - \alpha_5) - 2l_2 l_5 \cos(\alpha_2 - \alpha_5) + 2l_6 l_5 \cos \alpha_5 - 2l_6 l_1 \cos \alpha_1 - 2l_6 l_2 \cos \alpha_2.$$

l 取得极值的条件是 $\frac{\partial l^2}{\partial t} = 0$, 先通过 Matlab 语言搜索极值可能出现的范围, 再用 Matlab 中的 fmin 命令求出极值, 从而确定杆长 l_3 与杆长 l_4 的大小。

3 平面六杆机构的动态演示

依据连杆机构组成原理, 可把图 1 六杆机构拆解为一级杆组和二级杆组(如图 3 所示), 通过确定一级杆组和二级杆组端点位置坐标之间的函数关系, 来确定六杆机构各端点的位置^[3], 然后编制一级杆组和二级杆组的程序进行解析计算, 求得 D 点坐标轨迹。

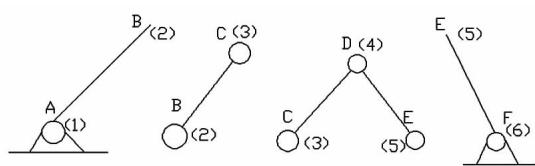


图3 平面六杆机构的结构分析

3.1 一级杆组子程序 Crank_w 的解析计算

一级杆组示意图如图4所示。

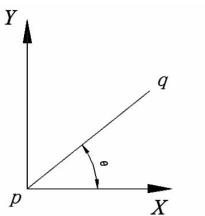


图4 一级杆组示意图

设杆长 pq 为 l , 求得杆长在 X, Y 轴上的投影方程为:

$$c(i) = l \cos \theta, s(i) = l \sin \theta.$$

P 点坐标为:

$$x(q) = x(p) + c(i), y(q) = y(p) + s(i).$$

3.2 二级杆组子程序 Crank_w 的解析计算

二级杆组示意图如图5所示。设杆 CD 的长度为 l_i , 杆 DE 的长度为 l_j , C 点的位置为 (x_c, y_c) , E 点的位置为 (x_e, y_e) , 求 D 点的位置 (x_d, y_d) 。

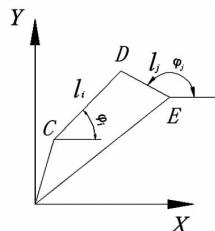


图5 二级杆组示意图

内运动副 D 的矢量方程在 X, Y 轴上的投影方程为:

$$x_d = x_c + l_i \cos \varphi_i = x_e + l_j \cos \varphi_j,$$

$$y_d = y_c + l_i \sin \varphi_i = y_e + l_j \sin \varphi_j.$$

或写成:

$$l_i \cos \varphi_i = l_i \cos \varphi_i - (x_e - x_c),$$

$$l_i \sin \varphi_i = l_i \sin \varphi_i - (y_e - y_c).$$

将上两式两边分别平方后相加整理得:

$$A_o \cos \varphi_i + B_o \sin \varphi_j - C_o = 0.$$

式中, $A_o = 2l_i(x_e - x_c)$; $B_o = 2l_i(y_e - y_c)$;

$$C_o = l_i^2 + l_{\alpha}^2 - l_j^2; l_{\alpha} = \sqrt{(x_e - x_c)^2 + (y_e - y_c)^2}.$$

连杆机构能够装配, 必须同时满足曲柄存在条件公式。

又因为:

$$\sin \varphi = 2 \tan \frac{\varphi}{2} / [1 + \tan(\frac{\varphi}{2})^2],$$

$$\cos \varphi = [1 - \tan(\frac{\varphi}{2})^2] / [1 + \tan(\frac{\varphi}{2})^2].$$

则原式化为:

$$\tan \frac{\varphi}{2} = (B_o \pm \sqrt{A_o^2 + B_o^2 - C_o^2}) / (A_o + C_o),$$

$$\varphi = 2 \arctan(B_o \pm \sqrt{A_o^2 + B_o^2 - C_o^2}) / (A_o + C_o).$$

实际中杆 1 和杆 5 旋转时有逆时针和顺时针两种运动情况, 因此 φ_i 有正负两种取值, 上式得:

$$\varphi_i = 2 \arctan(B_o \pm m \sqrt{A_o^2 + B_o^2 - C_o^2}) / (A_o + C_o).$$

当 C, D, E 为顺时针排列时, 取 $m=+1$; 当 C, D, E 为逆时针排列时, 取 $m=-1$ 。

为了求出构件 l_j 的角位置, 可先求出 D 点的坐标值。

$$x_d = x_c + l_i \cos \varphi_i,$$

$$y_d = y_c + l_i \sin \varphi_i.$$

于是便得到:

$$\varphi_j = \arctan[(y_d - y_e) / (x_d - x_e)].$$

3.3 仿真演示

通过给定各杆的长度 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$, 初相位角 φ_i, φ_j 和角速度 ω , 以及编制的一级杆组和二级杆组子程序 Crank_w 可得各端点的位置, 调用子程序 DRAWLINE 可以画出各杆的位置和 D 点的一个轨迹点, 然后用 Delphi 编程的 TIMER 控件产生等时长的脉冲, 不断地重绘直线和点, 从而产生动画效果, 并得到 D 点的轨迹, 如图 6 所示。

3.4 D 点轨迹曲线的形成

图 6 中 D 点的轨迹曲线是离散点的集合, 需要将这些点拟合成一条连续的曲线作为 D 点的轨迹曲线。对于轨迹点的拟(下转第 20 页)

- 法研究进展与展望[J]. 煤矿安全, 2016, 47(3): 164 - 168.
- [2] 邓军, 雷昌奎, 曹凯, 等. 煤自燃预测的支持向量回归方法[J]. 西安科技大学学报, 2018, 38(2): 175 - 180.
- [3] 王福生, 孙超, 杨志, 等. 荆各庄矿复采与原生煤层自燃特性分析[J]. 煤矿安全, 2017, 48(10): 156 - 159.
- [4] 王海燕, 方熙扬. 煤自热低温阶段“自限制”特征的理论与试验研究[J]. 煤炭科学技术, 2019, 47(6): 231 - 237.
- [5] 唐一博. 基于模型化合物的煤表面活性基团低温氧化研究[D]. 北京: 中国矿业大学, 2014.
- [6] 孙超. 煤的组成及结构对自燃倾向性影响研究[D]. 唐山: 华北理工大学, 2018.
- [7] 张婧妮. 煤氧化自燃微观特征及其宏观表征研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2012.
- [8] 李明, 姜波, 秦勇, 等. 构造煤中矿物质对孔隙结构的影响研究[J]. 煤炭学报, 2017, 42(3): 726 - 731.
- [9] 史一通. 基于 BP 神经网络的城市区域火灾风险评估模型研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- [10] 李振华, 许延春, 李龙飞, 等. 基于 BP 神经网络的导水裂隙带高度预测[J]. 采矿与安全工程学报, 2015, 32(6): 905 - 910.

(责任编辑:李秀荣)

(上接第 15 页)合有最小二乘法、贝奇爱曲线、B 样条曲线等, 通过比较选取 B 样条曲线拟合法。

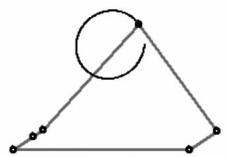


图 6 平面六杆机构仿真演示

由已知 D 点的型值点(D 点的轨迹点), 通过型值点反算可得到 B 样条曲线的控制顶点坐标, 编写相应程序, 就能对 D 点的轨迹点进行拟合, 拟合后的曲线如图 7 所示。



图 7 平面六杆机构 D 点的运动拟合轨迹

4 结论

本文通过分析平面六杆机构曲柄的存在条件, 运用 Delphi 编程实现了六杆机构和连杆曲线的可视化显示, 通过改变杆长、传动比、相位角等参数, 可以实现不同连杆机构的运动仿真, 对实际的连杆机构设计和教学演示有一定的意义。

参考文献:

- [1] 李学刚. 混合驱动可控机构的研究[D]. 唐山: 河北理工大学, 2005.
- [2] 张聚涛. 基于六杆机构电子图谱库的研究[D]. 武汉: 华中农业大学, 2009.
- [3] 赵会珍. 平面六杆机构电子图谱库的构建[J]. 机械设计与制造, 2010(2): 80 - 82.

(责任编辑:李秀荣)