

自由来流中展向速度对流动稳定性的影响

李 佳

(唐山学院 基础教学部, 河北 唐山 063000)

摘要:采用线性稳定性理论研究了三维平板边界层中展向来流速度对流动稳定性的影响。在基本流中给出了展向速度的大小,从特征值、特征函数和扰动波的增长幅值上显示不同展向来流速度的计算结果,并和无展向来流速度的二维边界层进行比较,结果表明,展向速度对边界层内的扰动起着不稳定的作用,且展向速度越大稳定性越差。

关键词:空间模式;平板边界层;线性稳定性;展向速度

中图分类号:O357.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-349X(2020)03-0001-05

DOI:10.16160/j.cnki.tsxyxb.2020.03.001

Influence of Spanwise Velocity on Flow Stability in Free Flow

LI Jia

(Department of Fundamental Science Teaching, Tangshan University, Tangshan 063000, China)

Abstract: In this paper, the linear stability theory is adopted to study the influence of spanwise velocity on the flow stability in the three-dimensional plate boundary layer. The spanwise velocity is offered in the basic flow and the calculated results of different spanwise are shown in the growth amplitude of the eigenvalue, characteristic function and disturbance wave. Additionally, the calculation is compared with the two-dimensional boundary layer without spanwise velocity. The results show that the spanwise velocity has a unstable influence on the disturbance in boundary layers and the stability becomes poorer with the velocity increasing.

Key Words: spatial model; plate boundary layer; linear stability; spanwise velocity

为了解决工程实践问题,学者们对二维平板边界层扰动的问题进行了研究,但对自由来流的速度不垂直于平板前缘时的三维边界层问题,如后掠翼和偏航翼等研究较少。三维边界层在自然界中是普遍存在的,因此研究三维边界层的流动稳定性特征具有重要的理论和实际意义。

流动稳定性是指流动对作用在其上的小扰动的响应问题,主要有两种解决方法:能量法和

小扰动法。从 1883 年 Reynolds 在圆管流动中发现层流和湍流开始,稳定性理论逐步发展,并不断完善。19 世纪有了无粘流的稳定性理论,但是无法解释边界层、槽道流中的转捩问题。20 世纪初, Orr 和 Sommerfeld 建立了粘性流体的小扰动 O-S 方程, Tollmien 和 Schlichting 计算出了边界层中小扰动的 T-S 波。Brown^[1], Mack^[2], Malik 等^[3]先后采用数值方法求解 O-S 方程。目前二维边界层的研究比较成熟,

基金项目:唐山市科技计划项目(18130222a);唐山学院博士创新基金项目(tsxybc201305)

作者简介:李佳(1984—),女,河北晋州人,讲师,博士,主要从事流动稳定性及转捩研究。

Rist 等^[4]采用直接数值模拟的方法研究了平板边界层的控制转捩,结果与实验模拟的转捩过程一致;Markus^[5]采用空间模式模拟了有压力梯度下的边界层转捩过程;Fasel^[6]等对不可压边界层空间模式的转捩过程研究作出了很多贡献。在国内,唐洪涛等^[7]基于时间模式,李宁^[8]、李佳等^[9-10]基于空间模式数值模拟了平板边界层的稳定性及转捩问题;赵耕夫等^[11-12]针对三维边界层问题研究了旋转圆锥超音速三维边界层的横流不稳定性及壁面冷却对稳定性的影响,以及点源产生的孤立波包在后掠翼平板边界层中的演化特征,并计算了波包的增长路径;刘坤坤等^[13]以 NLF(2)-0415 翼型为研究对象,计算了展向无限长后掠机翼的基本流场,对复杂构型进行了横流不稳定性转捩预测;沈露予等^[14]研究了三维边界层内定常横流涡、无限长后掠平板边界层的感受性问题。本文将采用线性稳定性理论研究三维平板边界层的计算问题。

1 计算模型

平板边界层的计算域和坐标系如图 1 所示。自由来流的方向与平板是平行的,与平板前缘有一定的夹角,将速度分解为两个方向的速度,与平板前缘方向垂直的来流速度分量记为 U_∞ ,与平板前缘方向平行的来流速度分量记为 W_∞ 。流向 x 沿着平板的长度方向且与平板前缘垂直,法向 y 垂直于平板,展向 z 沿着平板的宽度方向且与平板前缘平行,流向、展向和法向的计算域长度分别为 L_x, L_y, L_z ,在 x, y, z 三个方向的速度分量分别用 u, v, w 来表示, x_0 为计算域的入口距离平板前缘的位置。

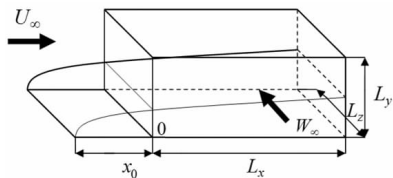


图 1 平板边界层的计算域和坐标系

2 基本流

因来流的方向不垂直于平板的缘故,所以这是三维边界层问题。在这个问题中,对三维

纳维斯托克斯方程(N-S 方程)进行量级估计,可以得到如下结论^[15]:关于 y 方向的动量方程中,得到的 $\partial p / \partial y$ 很小,可以略去,压力只是依赖于 x 和 z 。关于 x 和 z 方向动量方程的各个摩擦项对流向 x 和展向 z 的导数与对法向 y 的导数相比,前二者可以略去不计。因此,三维定常不可压缩边界层方程为:

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

壁面和无穷远的边界条件是:

$$\begin{cases} y=0: u=v=w=0 \\ y=\infty: u=U_\infty; w=W_\infty \end{cases} \quad (2)$$

自由来流 $U_\infty = \text{const}; W_\infty = \text{const}$,且自由流动不依赖于 x 和 z ,此时方程(1)可以进一步简化为:

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = \gamma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

16 从方程(3)的形式上来看,将第二个式子中的 w 换成 u 后与第一个式子相同,且第三个式子中不含有 w ,因此在求解方程(3)时可以先联立方程的第一个和第三个式子,这两个式子为二维定常不可压缩边界层方程,可由布拉休斯相似性解(Blasius similarity solution)求解出基本流 u 和 v ,再由 $u(x, y)$ 和 $w(x, y)$ 的关系式 $w/u = W_\infty/U_\infty$ 得到 $w(x, y)$,就可以求解出三维的平板层流解。

采用 FORTRAN 编写程序,应用 Tecplot 数据软件进行后处理,针对自由来流速度 W_∞ 和 U_∞ 存在不同的比例关系计算了 4 种情况,分别为 W_∞/U_∞ 等于 0.1, 0.5, 0.8 和 1.0。图 2 给出了 4 种情况下入口处的基本流分布及其相应的一阶、二阶导数,以边界层的外缘速度 U_∞ 作为速度的尺度因子。

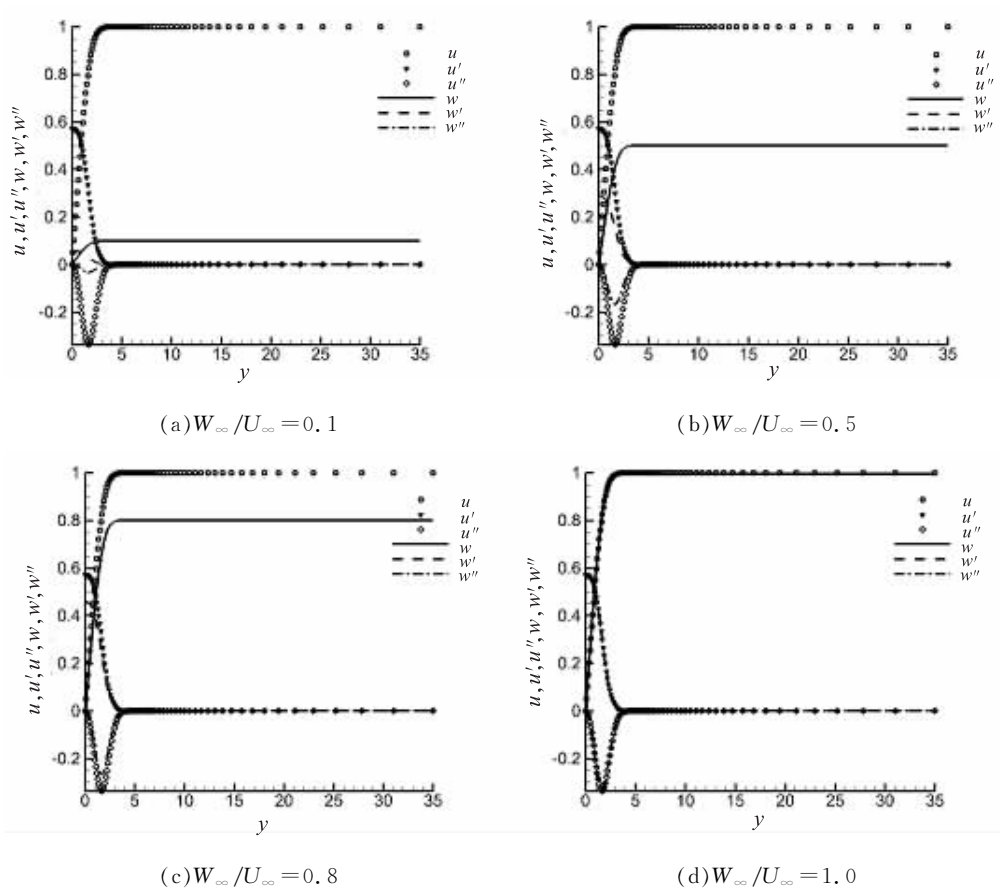


图2 4种情况下的基本流

3 稳定性分析

针对 W_{∞}/U_{∞} 等于 0.1, 0.5, 0.8 和 1.0 这

4 种情况下的扰动进行流动稳定性分析。4 种

情况的计算参数见表 1。

表1 4种情况的计算参数

计算情况	雷诺数	频率	展向波数	流向波数	增长率	幅值
$W_{\infty}/U_{\infty}=0.1$	1 017.9	0.06	0.05	0.177 817 6	0.002 000 8	10^{-4}
$W_{\infty}/U_{\infty}=0.5$	1 017.9	0.06	0.05	0.163 703 0	0.001 716 0	10^{-4}
$W_{\infty}/U_{\infty}=0.8$	1 017.9	0.06	0.05	0.153 453 8	0.001 385 9	10^{-4}
$W_{\infty}/U_{\infty}=1.0$	1 017.9	0.06	0.05	0.146 790 5	0.001 108 6	10^{-4}

图3和图4分别显示了4种情况下流向波数和增长率随着流向位置的变化,并与二维边界层相同参数扰动波的结果进行比较。图3中的 α_r 为流向波数,三维边界层的 α_r 均小于二维边界层,并随着 W_{∞}/U_{∞} 的增大, α_r 是逐渐减小的。图4中的一 α_i 为扰动波的增长率,可以看出,在入口处二维边界层的增长率大于三维边界层的增长率,随着 W_{∞}/U_{∞} 的增大,增长率是逐渐减小的,在扰动演化的后期,后边的流向位置处三维边界层的增长率均大于二维边界层的

增长率,并且随着 W_{∞}/U_{∞} 的增大,增长率是逐渐增大的。在整个流向位置, W_{∞}/U_{∞} 越大,增长率变化的梯度越大,流动越不稳定。

图5给出了4种情况的特征函数。可以看出,特征函数 $|u'|$ 和 $|v'|$ 的形状基本保持不变,而 $|w'|$ 的变化比较显著, $|w'|$ 的形状基本没变,但是大小变化很大,随着 W_{∞}/U_{∞} 的增大, $|w'|$ 越来越大,当 $W_{\infty}/U_{\infty}=0.8$ 和 $W_{\infty}/U_{\infty}=1.0$ 时, $|w'|$ 超过了 $|u'|$ 。

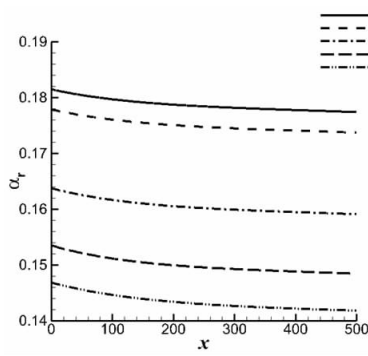


图 3 流向波数

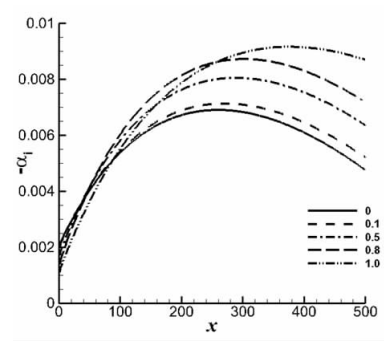


图 4 增长率

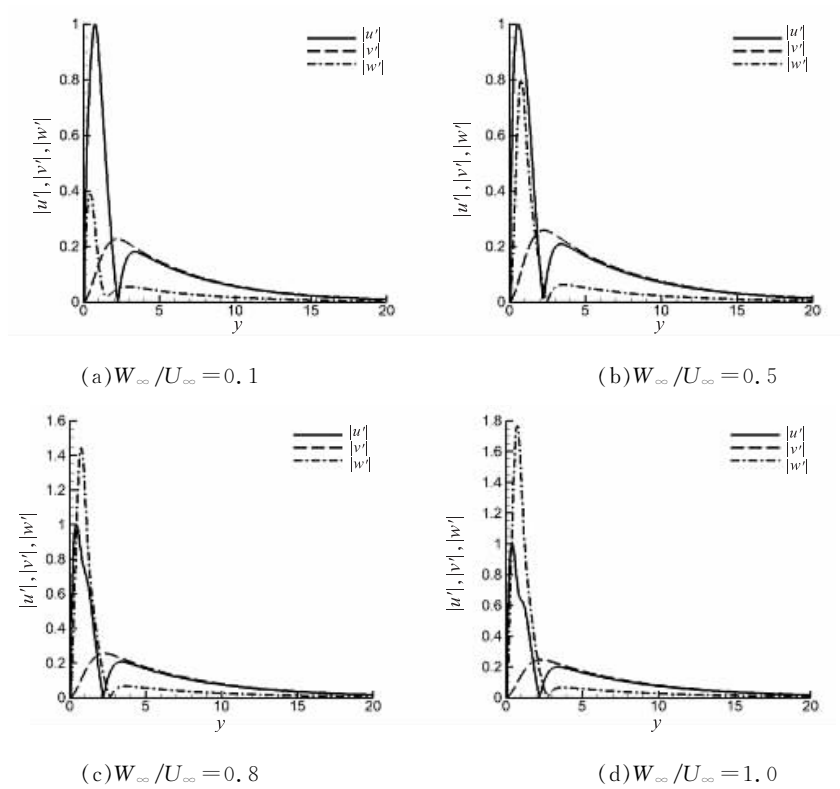


图 5 4 种情况下的特征函数

图 6 显示了 4 种情况下扰动波幅值随着流向位置的变化,并与二维边界层相同参数扰动波的幅值进行比较。扰动波的初始幅值均为 1×10^{-4} ,随着扰动的演化,不稳定扰动波的幅值都增长起来,在所有流向位置,三维边界层扰动波的幅值均大于二维边界层扰动波的幅值;并且可以得到,随着 W_∞/U_∞ 的增大,幅值增长得越快,在计算区域内, $W_\infty/U_\infty = 1.0$ 时幅值增长得最快,最终增长为 4×10^{-3} ,增大了 40 倍。

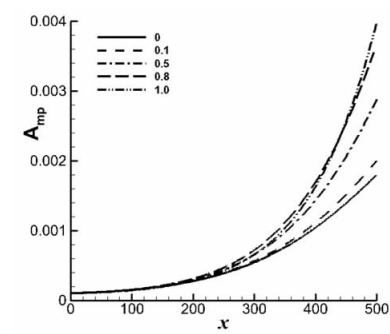


图 6 扰动波的幅值比较

4 结论

本文采用线性稳定性理论研究了三维平板边界层中展向来流速度对流动稳定性的影响,基本流中给出了展向速度的大小,从特征值、特征函数和扰动波的增长幅值上显示不同展向来流速度的计算结果,并和无展向来流速度的二维边界层进行比较,得到了以下结论:①展向来流速度不同,流向波数不同,展向速度越大,流向波数越小;②展向来流速度不同,增长率不同,入口处的增长率随着展向速度增大而减小,但在演化后期,增长率随着展向速度增大而增大,均大于二维边界层增长率,即展向速度越大,增长的梯度越大,流动越不稳定;③展向来流速度不同,扰动波的幅值增长不同,展向速度越大,幅值增长的越大,流动稳定性越差。

参考文献:

- [1] BROWN W B. Exact numerical solutions of the complete linearized equations for the stability of compressible boundary layers[J]. NORAIR Division Rep., 1962(7): 62 - 65.
- [2] MACK L M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition[J]. AIAA Journal, 1975, 13(3): 278 - 289.
- [3] MALIK M R, CHUANG S, HUSSAINI M Y. Accurate numerical solution of compressible, linear stability equations[J]. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik(ZAMP), 1982, 33(2): 189 - 201.
- [4] RIST U, FASEL H. Direct numerical simulation of controlled transition in a flat-plate boundary layer[J]. J. Fluid Mech., 1995, 298: 211 - 248.
- [5] MARKUS J K. A robust high-resolution split-type compact FD scheme for spatial direct numerical simulation of boundary-layer transition[J]. Applied Scientific Research, 1998, 59: 353 - 377.
- [6] FASEL H, KOMZELMANN U. Non-parallel stability of a flat-plate boundary layer using the complete navier-stokes equations[J]. J. Fluid Mech., 1990, 221: 311 - 347.
- [7] TANG Hongtao, LUO Jisheng, ZHOU Heng. Mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of incompressible boundary layer on a flat plate[J]. Transactions of Tianjin University, 2007, 13(2): 79 - 87.
- [8] 李宁. 基于空间模式的平板边界层层流到湍流的转捩研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.
- [9] 李佳, 罗纪生. 抛物化稳定性方程在曲面边界层中的应用[J]. 航空动力学报, 2015, 30(12): 2976 - 2982.
- [10] 李佳, 高军. 圆环管道中曲率对流动稳定性的影响[J]. 航空动力学报, 2016, 31(12): 2817 - 2823.
- [11] 赵耕夫. 波包在后掠翼三维边界层中的演化特征[J]. 力学学报, 1999, 31(2): 159 - 164.
- [12] 袁湘江, 赵耕夫. 高速三维边界层稳定性问题的数值方法[J]. 空气动力学学报, 1999, 17(3): 262 - 270.
- [13] 刘坤坤, 阎超, 郝子辉. 后掠机翼的横流不稳定性分析及转捩预测[J]. 气体物理, 2017, 2(5): 18 - 24.
- [14] 沈露予, 陆昌根. 三维边界层内定常横流涡的感受性研究[J]. 物理学报, 2017, 66(1): 14703 - 014703.
- [15] 史里希廷·H. 边界层理论: 上册[M]. 北京: 科学出版社, 1988: 141 - 172.

(责任编辑: 夏玉玲)