

基于稳健估计的混凝土抗压强度测试分析

张 博, 贾 敏, 吴 兵, 张恒嘉

(华北理工大学 矿业工程学院, 河北 唐山 063210)

摘要:应用基于稳健估计和基于最小二乘法的三次多项式曲线模型,分析混凝土在养护 28 d 期间抗压强度的变化规律,相比传统最小二乘法,稳健估计能够减小数据误差对拟合曲线的影响,从而达到与实际测量相吻合的效果,较准确地预测出混凝土在不同养护时期的抗压强度值。

关键词:混凝土;抗压强度;稳健估计;最小二乘法

中图分类号:TU528.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-349X(2019)03-0040-04

DOI:10.16160/j.cnki.tsxyxb.2019.03.010

Test Analysis of Concrete Compressive Strength Based on Robust Estimation

ZHANG Bo, JIA Min, WU Bing, ZHANG Heng-jia

(School of Mining Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, China)

Abstract: Based on robust estimation and cubic polynomial curve model with least squares, the variation pattern is analyzed for concrete compressive strength during the 28 d curing period. Compared with traditional least squares method, robust estimation can reduce the influence of data error on the fitted curve so that it accords with the actual measurement. This can accurately predict the compressive strength of the concrete during different curing periods.

Key Words: concrete; compressive strength; robust estimation; least squares

强度是评价水泥混凝土质量的重要指标,在硬化过程中混凝土强度是逐渐增长的。许多学者通过各种试验对混凝土的抗压强度进行了测试和研究,其中王玲玲等人利用正交试验研究了原材料成分、配合比等对绿化混凝土不同养护期内的强度、透水系数等性能的影响^[1];刘亚力等人通过混凝土 28 d 强度试验对测量不确定度进行分析,得出了测量不确定度的数学模型^[2];另外刘海峰对单掺粉煤灰、单掺沙漠砂、双掺粉煤灰和沙漠砂混凝土 3 d, 7 d, 14 d

和 28 d 抗碳化性能进行试验,得出了混凝土 28 d 碳化深度与沙漠砂替代率之间的回归关系模型^[3]。这些试验大多采用最小二乘法对离散的混凝土压强数据进行建模分析,用以考察混凝土的一些力学性能,但是,在测试过程中由于存在操作人员情绪波动、素质差别、技术能力等人为因素以及各种计量器具的精度误差等,会引起混凝土强度的测量偏差^[4],从而对所建模型造成干扰,因此,本试验选择稳健估计对 28 d 养护期内混凝土的抗压强度值变化进行曲线拟

作者简介:张博(1993—),男,陕西渭南人,硕士研究生,主要从事数据挖掘、分析与处理研究。

合,并对比最小二乘法,以检验稳健估计在该模型中的可靠性。

1 基础理论

将成型的混凝土试块浸泡于水中,并置于恒温恒湿箱进行养护。随着时间的延长,混凝土由可塑体逐渐转变为坚固的石状体,在这期间混凝土的抗压强度会随着养护时间的增长而增强,前期增长较快,中期增速放缓,到后期压强趋于稳定。根据这一特点采用三次多项式^[5]对混凝土抗压强度与时间的数据来进行曲线拟合。

三次多项式曲线拟合模型为:

$$y=a+bx+cx^2+dx^3。 \quad (1)$$

式中, a, b, c, d 为模型待定参数, x 为自变量(d), y 为因变量压强值(MPa)。根据(1)式可列出误差方程:

$$\delta=\beta x-y。 \quad (2)$$

式中, δ 为压强值改正数, β 为系数, y 为实测压强值。各参数可写成如下矩阵的形式:

$$\delta=\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}, x=\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ & & \dots & \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}。$$

对混凝土进行抗压强度测试中会得到大量离散的测量数据,对离散数据进行拟合时常用

的是最小二乘法^[6],即根据误差方程式及最小二乘估计准则,求出系数的最小二乘估值 $\hat{\beta}$:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \hat{\beta}x - y \\ V^T V &= \min \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\beta} = (x^T x)^{-1} x^T y。 \quad (4)$$

将系数 $\hat{\beta}$ 带入(1)式可得出最小二乘下的三次多项式表达式,即拟合的曲线。

在混凝土测试过程中,实验人员计量、实验不规范等操作会不可避免引入误差,从而导致混凝土的抗压强度测量结果存在误差。因此本文选用稳健估计准则对参数进行估值,并与传统最小二乘法进行比较。

采用稳健估计法中 M 估计的选权迭代法^[7-8],在(4)式的基础上可得 $\hat{\beta}$:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \hat{\beta}x - y \\ \sum_{i=1}^n p_i \rho(\sigma_i) &= \min \\ \bar{p}_i(\sigma_i) &= p_i w_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\beta} = (x^T \bar{p} x)^{-1} x^T \bar{p} y。 \quad (5)$$

式中 σ_i, p_i, w_i 分别为第 i 点对应的抗压强度值的误差、稳健权因子和等价权。

为了降低试验中误差的影响,抗压数据采集时每次测试3块混凝土试块,取平均值作为最终的数据,设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,即正态总体下 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为:

$$\left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \right]。 \quad (6)$$

其中, α 为置信水平, s 是标准差, n 是自由度。

2 原材料及配合比

本试验中,水泥采用的是“冀东牌”P. O. 42.5 普通硅酸盐水泥,其性能指标见表1。

表1 水泥的主要性能指标

水泥标号	凝结时间/min		抗折强/MPa		抗压强/MPa		细度(%)	标准稠度
	初凝	终凝	3 d	28 d	3 d	28 d	(45 μ m 筛余)	用水量(%)
P. O. 42.5	140	230	4.43	8.80	23.82	57.64	2.1	27.85

砂为“艾思欧牌”ISO 标准砂,水选取普通自来水,每组胶砂的质量配合水灰比为0.5,每组材料需要量如表2所示。

表2 材料需要量

普通硅酸盐水泥/g	标准砂/g	水/g
450	1 350	225

胶砂试件一组由3条规格为40 mm×40 mm×160 mm的棱柱体组成,共设计30组混凝土试件,28组为试验组,2组为备用组,备用组用来补足试验过程中试验试件不合格的试验组。

混凝土试件的制作,按《混凝土强度检验方法(ISO法)》GB/T17671—1999中的试验

规范制作试验试块,用标准称称取原材料,1 d 后进行拆模,将 30 组试件同时放入水泥标准养护箱进行标准养护。

3 试验

3.1 试验数据

按上述试验方案测得混凝土试块在不同龄期、相同养护条件下的抗压强度值,试验数据见表 3。

表 3 试验数据

试验 编组	龄期/d	抗压强度 平均值/MPa	中误差 /MPa
d01	1	3.51	0.750
d02	2	24.80	0.858
d03	3	38.50	0.502
d04	4	45.97	1.133
d05	5	48.76	2.127
d06	6	47.73	1.024
d07	7	57.86	3.023
d08	8	61.96	0.800
d09	9	62.80	4.227
d10	10	66.61	0.235
d11	11	64.52	1.725
d12	12	70.38	3.464
d13	13	73.64	2.705
d14	14	73.84	4.269
d15	15	75.64	5.254
d16	16	76.46	2.135
d17	17	73.17	6.800
d18	18	70.72	1.946
d19	19	79.16	1.440
d20	20	75.92	0.466
d21	21	82.59	7.892
d22	22	82.27	1.248
d23	23	73.14	2.924
d24	24	84.24	2.295
d25	25	81.19	1.799
d26	26	85.83	5.491
d27	27	85.62	1.714
d28	28	91.78	2.425

根据式(6)代入相关参数,计算可得置信度是 95%的置信区间为:

$$[\bar{x} - 2.091, \bar{x} + 2.091]。$$

由置信区间可得如表 4 所示的存在较大

误差的数据。试验过程中无法避免会引入误差,此时最小二乘不能拟合得到最佳的模型参数。

根据表 3 中部分试验数据绘制平均抗压强度值的散点图,如图 1 所示。

从图 1 中可以看出,抗压强度值随养护时间的增长呈现递增的趋势,前 8 d 增长较快,压强值高速增长;8—18 d 增速稍缓;18—27 d 抗压强度值增长缓慢,近乎趋于稳定。

表 4 较大误差数据

试验 编组	龄期/d	抗压强度 平均值/MPa	中误差 /MPa
d07	7	57.86	3.023
d09	9	62.80	4.227
d12	12	70.38	3.464
d14	14	73.84	4.269
d15	15	75.64	5.254
d17	17	73.17	6.801
d21	21	82.59	7.892

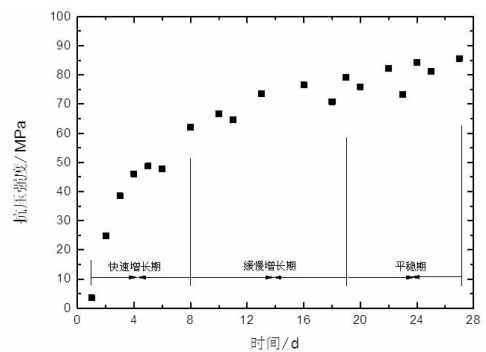


图 1 抗压强度均值

3.2 数据拟合

由于三次多项式函数图像既符合如图 1 所示的递增性,又能保证一定的精度,因此选择三次多项式函数来进行对图 1 数据的曲线拟合。

依据本文“基础理论”部分的公式和理论,利用 Matlab 软件对表 3 中(龄期为 1—24 d 的数据)分别进行普通最小二乘法和基于选权迭代的稳健估计法的三次多项式拟合,拟合结果如图 2 所示。

曲线的最小二乘表达式:

$$Y_1 = 0.0148x^3 - 0.7389x^2 + 12.6600x + 0.0659。 \quad (7)$$

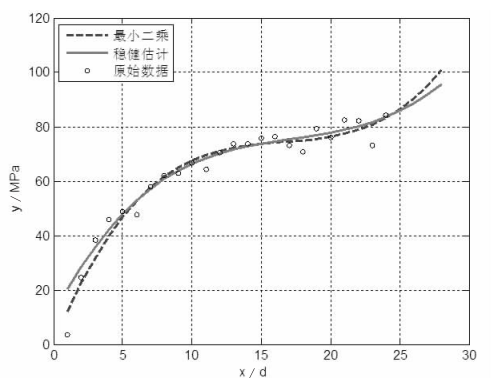


图2 拟合曲线

曲线的稳健估计表达式:

$$Y_2 = 0.0010x^3 - 0.5192x^2 + 9.7270x + 11.0400. \quad (8)$$

最小二乘:

$$RMSE = 4.26。$$

稳健估计:

$$RMSE = 3.88。$$

$RMSE$ 值越小表示精度越高,由此可见,稳健估计的精度优于最小二乘。

3.3 验证

为了对比稳健估计和最小二乘法分别在该模型下的可靠性,根据(7)式和(8)式分别计算出龄期为 25—28 d 的预测结果,如表 5 所示:

表5 拟合数据

龄期/d	平均值	稳健估计		最小二乘估计	
		拟合值	残差 v_1	拟合值	残差 v_2
25	81.19	85.86	4.67	86.47	5.28
26	85.83	88.60	2.77	90.38	4.55
27	85.62	91.86	6.24	95.13	9.50
28	91.78	95.71	3.93	100.80	9.01

将表 5 中数据 v_1 和 v_2 分别进行归一化之后计算其残差平方和($V = v^T v$)得:

$$\text{最小二乘: } V_1 = 1.833;$$

$$\text{稳健估计: } V_2 = 1.407。$$

由 $V_2 < V_1$ 可得,稳健估计的预测结果优于最小二乘的预测结果。

4 结论

在对混凝土进行抗压强度测试的过程中,往往会不可避免地引入粗差。本文通过稳健

估计与最小二乘法对存在较大误差的混凝土抗压试验数据进行对比处理,体现了稳健估计的优越性。稳健估计在采用的假定模型下,所得参数的估值对模型的表达更为理想,不会导致参数的估值产生较大的偏差,很大程度上避免了粗差给试验带来的不良影响,保持了较高的拟合精度,从而得到与实际更接近的拟合效果;而且即使是在数据欠缺的情况下,运用稳健估计也可以进行较为准确的预测,保证试验结论的准确和可靠。因此,本试验证明,运用稳健估计相较传统最小二乘对混凝土抗压强度的预测结果更加接近最优。

参考文献:

- [1] 王玲玲,徐长伟,潘文浩,等.绿化混凝土的性能研究[J].建材技术与应用,2008(1):1-3.
- [2] 刘亚力,刘建林.混凝土 28d 抗压强度试验测量不确定度评定[J].天津科技,2013,40(3):103-104.
- [3] 刘海峰.粉煤灰及沙漠砂对混凝土抗碳化性能的影响[J].硅酸盐通报,2017,36(11):3823-3828.
- [4] 马荷姣.C40 沙漠砂混凝土抗碳化性能[J].广西大学学报(自然科学版),2017,42(4):1541-1547.
- [5] 李子铮.混凝土抗压强度与混凝土耐久性的相关性研究[G]//北京力学学会第二十四届学术年会会议论文集.北京:北京力学学会,2018:2.
- [6] 陈岚峰,杨静瑜,崔崧,等.基于 MATLAB 的最小二乘曲线拟合仿真研究[J].沈阳师范大学学报(自然科学版),2014,32(1):75-79.
- [7] 燕必成,高永祥,陈小红.简化的牛顿迭代法的 MATLAB 实现[J].中小企业管理与科技,2014(17):322-322.
- [8] 刘文生,唐守路.稳健估计的两种粗差探测方法[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2016,35(1):54-58.

(责任编辑:李秀荣)