

传递闭包的 Matlab 实现

孙翠先, 张 健, 吴焕春

(唐山学院 基础教学部, 河北 唐山 063000)

摘要:在 Warshall 算法基础上, 基于 Matlab 软件, 编写出求传递闭包的计算程序, 并得到了新添加的序偶矩阵。

关键词: Matlab; 序偶矩阵; 传递闭包; 计算程序

中图分类号: O144.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-349X(2019)03-0008-02

DOI: 10.16160/j.cnki.tsxyxb.2019.03.002

The Realization of Transitive Closures by Matlab

SUN Cui-xian, ZHANG Jian, WU Huan-chun

(Department of Fundamental Science Teaching, Tangshan University, Tangshan 063000, China)

Abstract: Based on Warshall algorithm, the calculation program for solving transitive closure is presented with Matlab software. In this study, the additional matrix of ordered pair is also obtained.

Key Words: Matlab; ordered pair matrix; transitive closure; program

0 引言

集合 A 上的二元关系 R 的传递性描述了序偶之间的内在联系。当 A 的元数 $|A|$ 比较小 ($|A| \leq 4$) 时, 可通过序偶法、关系矩阵法或关系图法判定, 计算量不大, 人工判定可以完成。但当 $|A|$ 较大时, 不论上述三种方法哪一种, 人工计算量都非常巨大, 基本上不可能完成。而求关系 R 的传递闭包 $t(R)$ 时, 当 R 不具有传递性, 就需要通过不断添加新序偶使之具备传递性为止。因此当 $|A|$ 较大时, 求 $t(R)$ 变得非常困难。此时 Warshall 提出了一种算法^[1]。本文在 Warshall 算法基础上, 利用关系矩阵, 借助数学软件 Matlab, 给出求 $t(R)$ 的优化算法。此法实现了传递闭包的 Matlab 计算, 最大优点是对 $|A|$ 无限制, 程序简便易操作, 最重要的一点是给出了新添加的序偶矩阵。

1 算法

1.1 符号引入

给定集合 A 上的一个二元关系 R , 设 M_R 为 R 的关系矩阵, $M_R = (r_{ij})$, 这里 r_{ij} 只取 0 或 1, 它是一个布尔矩阵。设集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $t(R)$ 的关系矩阵为 $M_{t(R)}$ 。

1.2 传递闭包的矩阵性质

文献[2]给出了传递闭包的关系矩阵 $M_{t(R)} = M_R + M_R^2 + \dots + M_R^n$, 对此 Warshall 提出了一种算法, 适合用 C 语言方式编译求 $M_{t(R)}$ 。下面借助 Matlab 给出一种新优化算法, 优越性在于求出了 M_{NR} 。

1.3 Matlab 程序

```
Mt=R;  
a=size(R);  
for k=1:a
```

作者简介: 孙翠先(1963—), 男, 河北丰南人, 教授, 主要从事数理统计研究。

```

        for i=1:a
            for j=1:a
Mt(i,j)=max(min(Mt(i,k),Mt(k,j)),Mt(i,
j));
            end
        end
    end
Mt
Mt-R=NR
还原得  $t(R)$ 。

```

2 实例模拟求传递闭包

给定 $A=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$, $|A|=8$, $R=\{<a,a>, <a,e>, <b,c>, <d,e>, <e,h>, <f,b>, <f,d>, <g,b>\}$ 。

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\circ}$$

在 Matlab R2007b 下运行:

```

>>Mt=MR;
>>a=size(MR);
>>for k=1:a
    for i=1:a
        for j=1:a
Mt(i,j)=max(min(Mt(i,k),Mt(k,j)),
Mt(i,j));
            end
        end
    end
>>Mt
Mt=

```

```

1 0 0 0 1 0 0 1
0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 1
0 1 1 1 1 0 0 1
0 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0

```

```
>>Mt-MR
```

```
ans=
```

```

0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 1 0 0 1
0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0

```

ans 即为新添加的序偶矩阵。新添加的序偶集合为

$NR=\{<a,h>, <d,h>, <f,c>, <f,e>, <g,c>, <f,h>\}$, 结果 $t(R)=R \cup NR$ 。

3 结语

实例中全域关系 $|E_A|=64$, 而 $|R|=8$, $|R|$ 占 $|E_A|$ 的百分比只有 12.5%, 此时可以人工手算。但当 $|R|$ 占 $|E_A|$ 的百分比只有 30% 以上时, 人工求 $t(R)$ 几乎不可能实现, 而此时突显本文给出的方法的优越性。

参考文献:

- [1] 耿素云, 屈婉玲. 离散数学[M]. 修订版. 北京: 高等教育出版社, 2004: 58.
- [2] 孙吉贵, 杨凤杰, 欧阳丹彤, 等. 离散数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 11.

(责任编辑: 李秀荣)