

一种改进的 FFT 离散频谱相位差加权校正算法

戴彦

(唐山学院 智能与信息工程学院, 河北 唐山 063020)

摘要:为解决用传统相位差法进行频谱校正精度不高的问题,提出了一种改进的 FFT 离散频谱相位差加权校正算法。该算法是通过将相位差中最大值校正误差与次大值校正误差按一定比例进行加权来获得频谱校正结果。对此的仿真结果表明,该算法与传统相位差法相比,在频谱最大值相同的情况下,频率校正误差的频率分辨率提高了近 90%,提高了频率校正精度。

关键词:频谱校正;相位差法;加权校正算法

中图分类号:TN911.7 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-349X(2015)06-0031-03

DOI:10.16160/j.cnki.tsxyxb.2015.06.012

An Improved FFT Weighted Correction Algorithm for the Discrete Spectrum Phase Difference

DAI Yan

(School of Intelligence and Information Engineering, Tangshan College, Tangshan 063000, China)

Abstract: The author of this paper proposes an improved FFT weighted correction algorithm for the discrete spectrum phase difference to overcome the shortcoming of inaccuracy of the traditional spectrum correction for phase difference. By this algorithm, the spectral correction can be achieved through weighting the biggest calibration error and the second biggest calibration error by a certain percentage. The simulation results show that in the case of the maximum spectrum, the frequency resolution of the frequency calibration error is increased by 90 percent with the proposed algorithm.

Key Words: spectrum correction; phase difference; weighted correction algorithm

0 引言

快速傅里叶变化(FFT)算法是 1965 年由 Cooley-Tukey 在《计算数学》杂志上首次发表的^[1]。自此,FFT 和频谱分析很快发展成为无线电通信、信息图像处理、自动控制、机械设备故障诊断和振动分析等多种学科重要的理论基础^[2]。由于计算机处理样本个数有限,FFT 和频谱分析也只能在有限区间内进行,这样不可避免地会产生能量泄漏,造成谱峰值变小,精度降低^[3]。目前国内外关于对幅值谱或功率谱进行校正的方法有四种:离散频谱三点卷积幅值校正法^[4]、对幅值谱进行校正的比值法^[5]、FFT 谱连续细化分析的傅里叶变换法^[6]、相位差法^[7]。其中相位差法是利用两段序列在 FFT 最大谱线处的相位差来进行的一种离散频谱校正方法。本

文针对相位差法频谱校正中频率受 FFT 频谱量化的影响而精度不高的问题,提出了将最大值误差与次大值误差进行加权校正的一种改进的离散频谱相位差校正算法。

1 加权校正算法分析

1.1 相位差校正法

设有一周期信 $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$, 其中 f_0, θ, A 为信号的真实频率、相位和幅值,作傅立叶变换,结果为

$$X(f) = \frac{A}{2} e^{-j\theta} \delta(f + f_0) + \frac{A}{2} e^{j\theta} \delta(f - f_0), \quad (1)$$

式中 f 为 FFT 后的频率变量。加窗后的谐波信号 $x(t)w_T(t)$ 的傅立叶变换可根据卷积定理表示为

$$F[x(t)w_T(t)] = \frac{A}{2} W(f + f_0) e^{-j[\pi T(f + f_0) + \theta]} + \frac{A}{2} W(f -$$

$$f_0) e^{-j[\pi T(f-f_0)-\theta]} \quad (2)$$

设 f_1 为信号峰值处的频率, 由此可得, 加窗后在信号峰值处的相位为

$$\theta_1 = \theta - \pi T \Delta f, \quad (3)$$

其中 $\Delta f = f_1 - f_0$ 。

将连续信号 $x(t)$ 向前平移 $u_1 T$ 得 $x_0(t)$, 窗长 $u_2 T$ 的对称窗函数在时间上平移 $u_2 T/2$ 得到 $w_{T_0}(t)$ 。对 $x_0(t)w_{T_0}(t)$ 作 FFT(或 DFT) 分析, 设 f_2 为信号峰值处的频率, 在信号峰值处的相位为

$$\theta_2 = \theta - \pi u_2 T(f_2 - f_0) + 2\pi(f_1 - \Delta f)u_1 T, \quad (4)$$

其中 $f_0 = f_1 - \Delta f$ 。

相位差由式(3)减去式(4)得到式(5),

$$\theta = \pi u_2 T(f_2 - f_1) - 2\pi f_1 u_1 T + (u_2 + 2u_1 - 1)\pi T \Delta f. \quad (5)$$

频率修正量为

$$\Delta f = \frac{\Delta\theta + 2\pi f_1 u_1 T - \pi u_2 T(f_2 - f_1)}{(u_2 + 2u_1 - 1)\pi T}, \quad (6)$$

式中 $u_2 + 2u_1 - 1 \neq 0$ 。

1.2 加权校正算法可行性分析

当时域平移相对量 μ_1 分别为 0.3, 0.5, 0.7, 矩形窗长相对量 μ_2 分别为 0.3, 0.5, 0.7, 1 时, 最大值校正误差如图 1、图 2 所示。

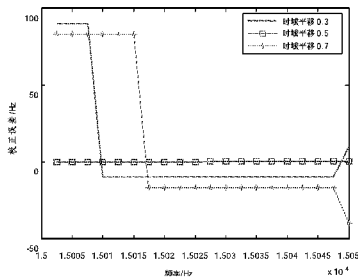


图 1 时域平移对校正误差的影响

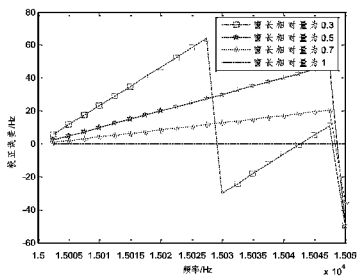


图 2 窗长相对量对校正误差的影响

由图 1 和图 2 可知, 当 $u_1 = 0.5, u_2 = 1$ 时, 校正误差接近为 0, 此时校正精度最高。因此, 式(6)中 u_1, u_2, T 均为固定值, 而 f_1, f_2 在信号频率一定的情况下也为常量, 这样 $\Delta\theta$ 就只与 Δf 相关了。

假设最大值在次大值的左方, 对第一段采样信号进行 FFT 处理后, 设所取次大值对应的频率为 f_1' , 显然 $f_1' =$

$f_1 + f_s/N$, 频率校正量 $\Delta f' = f_1' - f_0 = f_1' - f_1 + \Delta f$ 。经过时域平移、加窗后再进行 FFT 处理, 设所取最大值频率为 f_2' , 则 $f_2' = f_2 + f_s/N$, f_s 是采样频率。与使用频谱最大值校正时的相位差公式不同, 使用次大值校正时:

$$\begin{aligned} \Delta\phi' &= \phi_1' - \phi_2' = \\ &= \pi\mu_2 T(f_2' - f_1') - 2\pi\mu_1 T f_1' + (2\mu_1 + \mu_2 - 1)\pi T \Delta f' = \\ &= \Delta\phi + (\mu_2 - 1)\pi. \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可以推出:

$$\Delta f' = \Delta f + \left(1 - \frac{2\mu_1}{2\mu_1 + \mu_2 - 1}\right) \frac{f_s}{N}. \quad (8)$$

由次大值相位差得到的频谱校正量 $\Delta f'$ 与由最大值相位差得到的频谱校正量 Δf 、频率分辨率 f_s/N 及参数 u_1, u_2 相关, 而频率分辨率 $f_s/N, u_1, u_2$ 为固定值, 因此次大值相位差的频谱校正量 $\Delta f'$ 只与 Δf 相关。其中, N 为采样点个数。

在 Matlab 环境下生成信号 $x(t) = 2\cos(2\pi f_0 t)$, 采样频率 f_s 为 102.4 kHz, 采样点数 $N = 1024$, 频率分辨率为 100 Hz, 时域平移量为 512 点, 选用矩形窗, f_0 为实际频率, 在 15~15.1 kHz 范围内, 每隔 2.5 Hz, 使用传统相位差法分别进行无噪和加高斯白噪声的仿真分析, 信噪比是 50 dB。校正结果如图 3、图 4 所示。

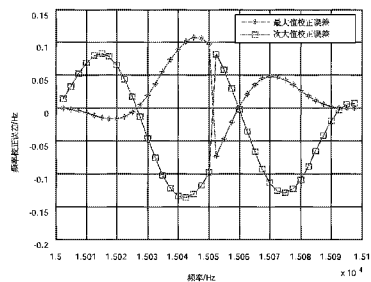


图 3 无噪声校正结果

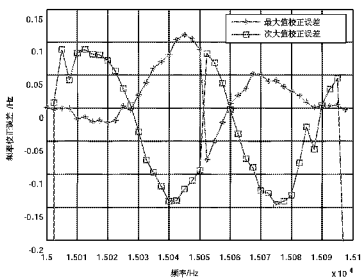


图 4 有噪声校正结果

分析图 3、图 4 可知, 使用次大值得到的频率校正误差与使用最大值得到的频率校正误差符号相反, 最大值和次大值的校正误差在零点处相同, 最大值校正误差绝对值比次大值校正误差绝对值要大。因此, 对最大值及次大值的校正结果进行加权处理, 可以得到更加精确的校正结果。

1.3 加权校正公式的确定

根据比值校正法的原理, 将频谱次大值与频谱最大值的

比值作为频率校正中间量,并参照图 3,将无噪声情况下的次大值误差绝对值与最大值误差绝对值相比得到一个变量,这个变量的曲线如图 5 所示。

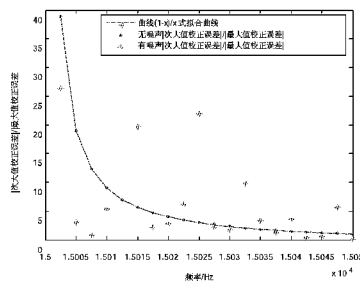


图 5 加权值确定

在比值法中频谱最大值与频谱次大值的比值与频率校正量 Δk 相关,频率校正量 Δk 的取值范围为 $[-0.5, 0.5]$, 在一个频率分辨区间内,即在图 4 中 $(15\ 050, 0)$ 点之前,随频率的增大 Δk 从 0 增大到 0.5,并呈线性; $(15\ 050, 0)$ 点之后,随频率的增大 Δk 从 -0.5 增大到 0,也呈线性。由于 $(15\ 050, 0)$ 点之后的 Δk 与其之前的 Δk 对称,只需取绝对值即可将 $|\Delta k|$ 作为一个变量。注意到图 5 中无噪声情况下的次大值误差绝对值与最大值误差绝对值比值曲线的规律类似于 $1/x$ 函数,结合 Δk 自身的规律,现构造一个变量 $\Delta = (1 - |\Delta k|) / |\Delta k|$, Δ 的分布规律如图 5 所示。可见 Δ 曲线基本上与次大值校正误差绝对值和最大值校正误差绝对值的比值吻合,所以确定 Δ 为加权校正量,加权校正公式为^[4]:

$$f = \frac{f_1 \Delta + f_2}{\Delta + 1} \quad (9)$$

图 5 中 $(1-x)/x$ 拟合曲线的横坐标表示实际频率的谱线号与频谱最大值所在处谱线号之差的绝对值。

2 仿真分析

将最大值校正误差与次大值校正误差进行加权,得到的校正结果如图 6,图 7 所示。

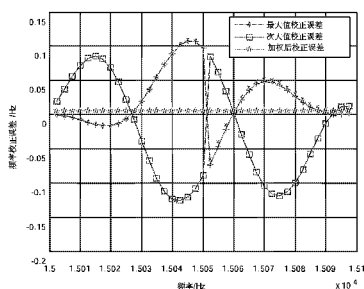


图 6 无噪声加权校正结果

有噪声情况下得到的加权校正数据为 15 次运算后的平均结果,图 8 是这些数据对应的方差。

由图 6,图 7,图 8,可得:

(1)无噪声情况下,加权校正后的频率校正误差几乎为零;有噪声情况下,加权校正误差比单纯使用最大值或次大

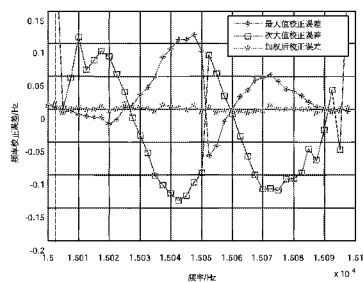


图 7 有噪声加权校正结果

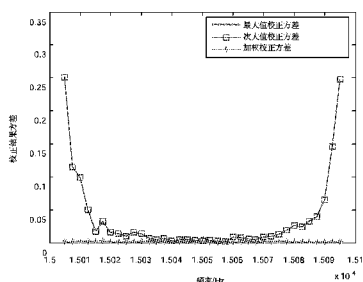


图 8 频率校正结果方差分布图

值校正得到的误差小很多。

(2) mf_s/N 在左右 5% 的范围内(即频谱线附近)加权后有所改善,但效果仍不理想,主要表现是校正结果误差偏大且方差也较大。这是由于实际频谱最大值很接近谱线,使得频谱谱线最大值处能量很大,相应地造成频谱谱线次大值处的能量很小。由于噪声的干扰,使得主瓣之外的谱线能量(大部分情况都是第一旁瓣内靠近谱线最大值的那条谱线能量)高于主瓣内谱线次大值处的能量,因此易造成错判次大值的情况。由此可见该方法的使用范围有一定的局限性,即 mf_s/N 在左右 5% 的范围内校正不适用。

3 结论

本文提出了基于 FFT 相位的频谱分析原理,从理论上说明了使用频谱次大值进行相位差校正的可行性,同时通过对仿真结果的分析,找到了一种使用频谱最大值、频谱次大值进行相位差加权联合校正的方法。在采样频率为 102.4 kHz、采样点数为 1 024 点、信噪比为 50 dB 情况下,使用该方法得到的频率校正误差在频率分辨率的 0.012% 以内,而在频谱最大值相同的情况下使用传统相位差法得到的频率校正误差在频率分辨率的 0.115% 以内。因此,使用该加权校正算法,在只增加 25% 运算量的前提下,频率分辨率提高了近 90%,大大提高了频率校正的精度。

参考文献:

- [1] Cooley J W, Tukey J W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series[J]. Mathematics of Computation, 1965, 19(90): 297 - 301. (下转第 49 页)

```
allow_stop //允许用户中断应用程序的执行;
revision //所使用的 Pro/Engineer 的版本号;
end //结束。
```

完成注册文件的编写后,便可利用此注册文件注册 Pro/Toolkit 应用程序。

如果注册文件 protk.dat 在 Pro/Engineer 的启动目录下,Pro/Engineer 系统启动时会自动读取此注册文件并运行相应的 Pro/Toolkit 应用程序;如果注册文件 protk.dat 不在 Pro/Engineer 的启动目录下,则需要以手动方式注册:将 Pro/Toolkit 应用程序以辅助应用程序形式启动,打开 Pro/Engineer 后,选中“工具”中的“辅助应用程序”,在弹出的注册对话框中,找出编写的注册文件后进行注册。

4 专用计算机底板参数化设计的实现

如前所述,建立底板零件模型,需设置参数化变量和关系式,编写用户资源文件和用户程序,在进行程序编译、链接、注册、运行之后,就可以调用底板模型进行参数传递和零件重生了。底板参数化尺寸的特征、名称和参数化前后尺寸如表 1 所示。

表 1 底板参数化表

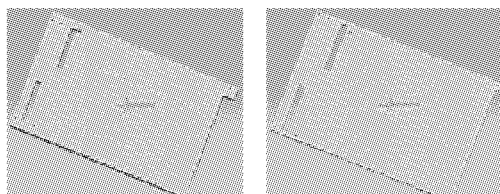
参数	名称	特征	原始尺寸 /mm	参数化尺寸 /mm
底板长度	length	D2	381	450
底板宽度	width	D1	238	260
底板高度	hight	D0	4	10
切口深度	goushen	P66	15	25
插槽数目	caoshu	D11	12	15

参数化设计前后的底板零件模型分别如图 4 所示。

由图 4 可见,底板的长度和厚度、插孔槽的数目以及切口的深度都发生了明显的变化,达到了参数化设计的目的。

5 结论

基于三维设计软件,并利用软件的二次开发功能可以实现对产品零部件的参数化设计。本文通过专用计算机机箱



(a)设计前

(b)设计后

图 4 参数化设计前、后底板零件模型

零部件参数化设计的实例,阐述了在使用 Pro/Toolkit 进行参数化设计时的基本步骤和关键技术,并通过实例展现了 Pro/Toolkit 强大的开发功能和完备的开发工具。

参考文献:

- [1] Parametric Technology Corporation. Pro/Toolkit user's guide[M]. USA: PTC,2001:28-32.
- [2] 王峰,俞新陆. 产品级三维参数化设计系统的研究与开发[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2001,11(13): 1012-1018.
- [3] 张锋. 基于 Pro/E 二次开发的机械产品的三维参数化设计[J]. 机械设计与制造,2007(5):38-39.
- [4] 李世国. 三维模型的参数化设计策略及程序设计技术[J]. 机械,2000(6):24-26.
- [5] 唐良红,孙立铸,王树胜. 基于特征的参数化设计和实体模型编辑的研究[J]. 工程图学学报,1999(2):71-78.
- [6] 胡赤兵,桑瑞鹏. 利用 Visual C++6.0 编制串行通信程序的实现[J]. 电气传动自动化,2006(4):48-50.
- [7] 张红旗,曹文钢. 开发 Pro/E 用户化菜单的技术与实践[J]. 合肥工业大学学报,2001(2):240-243.
- [8] 何培英,李月琴. 基于 Pro/Toolkit 的 Pro/E 二次开发及应用[J]. 机械设计与制造,2005(4):35-37.

(责任编辑:李秀荣)

(上接第 33 页)

- [2] 杨志坚,丁康. 调制 FFT 及其在离散频谱校正技术中的应用[J]. 振动工程学报,2009,22(6):632-637.
- [3] 丁康,钟顺聪. 通用的离散频谱相位差校正方法[J]. 电子学报,2003,31(1):142-145.
- [4] 丁康,谢明. Error analysis for amplitude correction method using convolution of three points in discrete spectrum[J]. 振动工程学报,1996,9(1):92-98.
- [5] 丁康,张晓飞. 频谱校正理论的发展[J]. 振动工程学报,2000,13(1):14-22.

- [6] 丁康,朱文英,杨志坚,等. FFT+FT 离散频谱校正法参数估计精度[J]. 机械工程学报,2010,46(7):68-73.
- [7] 谭思炜,任志良,孙常存. 全相位 FFT 相位差频谱校正法改进[J]. 系统工程与电子技术,2013,35(1):34-39.
- [8] 侯庆文,陈先中. 改进的 FMCW 信号加权补偿校正相位差法[J]. 仪器仪表学报,2010,31(4):721-726.

(责任编辑:李秀荣)