

光线示波器振子非线性动力学分析

杨志安^a, 李 然^b

(1. 唐山学院 唐山市结构与振动工程重点实验室, 河北 唐山 063000; 2. 唐山学院 装备制造系, 河北 唐山 063020)

摘要:通过引入光线示波器振子系统非线性恢复力偶矩建立非线性振动方程, 分析可以诱发振子系统主共振的条件。应用多尺度法得到振子系统满足主共振情况下的近似解, 并进行数值计算。讨论磁感应强度、电流信号强度、阻尼对振子系统的影响, 表明增大振子系统的磁感应强度或电流信号的强度可以增大系统主共振的振幅和共振区, 增大振子系统阻尼可以减小系统主共振的振幅和共振区, 反之亦然。

关键词:光线示波器; 振子; 非线性恢复力偶矩; 多尺度法; 主共振

中图分类号: TM935.39 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-349X(2014)06-0048-03

A Nonlinear Dynamic Analysis of the Ray Oscilloscope Vibrator

YANG Zhi-an^a, LI Ran^b

(a. Key Lab of Structural and Vibration Engineering of Tangshan; b. Department of Equipment Manufacture, Tangshan College, Tangshan 063020, China)

Abstract: Through introducing the nonlinear restoring couple moment in the ray vibrator oscilloscope system, a nonlinear vibration equation is established and conditions that can bring out the primary resonance of the vibrator system are analyzed. The method of multiple scales is employed to obtain the approximate solution for the primary resonance of the vibrator system and numerical calculation is made. The authors of this paper discuss the influence of the magnetic induction intensity, current signal strength, the damping on the vibration system, which shows that the increase of the magnetic induction intensity or the current signal strength of the vibration system will lead to the rise in the primary resonance amplitude and primary resonance region of the system and that the increase of the damping of the vibration system will lead to the decrease of the primary resonance amplitude and primary resonance region of the system and vice versa.

Key Words: ray oscilloscope; vibrator; nonlinear restoring couple moment; method of multiple scales; primary resonance

光线示波器是测试中最通用的记录仪器之一, 该示波器的测量元件是一个磁电式振子, 可分为动圈式和动磁式两类。对光线示波器振子的动态特性的研究已有很多: 文献[1]介绍了光线示波器工作时记录环节不造成失真记录的使用技巧; 文献[2]给出了调整振子阻尼比的简洁方法; 文献[3]对光线示波器的振子动态特性进行了计算机仿真, 为根据信号要求合理选配振子进行技术测试打下理论基础; 文献[4]对光线示波器的测量误差进行了理论分析和实验验证; 文献[5]探讨了影响光线示波器记录动态信号的因素及解决

方法。上述研究在涉及到光线示波器振子的动态特性时, 均未考虑到振子运动的非线性特性, 而实际上光线示波器的振子系统是存在非线性因素的, 因此建立反映光线示波器振子系统的非线性动力学方程是研究其动态特性问题的基础。

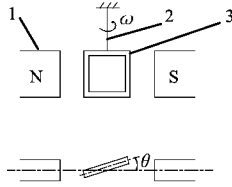
1 光线示波器振子系统的非线性动力学方程

动圈式振子的活动部分的工作原理如图 1 所示。它是由磁铁、线圈、张丝组成的。当有电流通过时, 线圈将产生电磁力偶矩, 使线圈转动一个角度。

振子活动部分的受力主要包括: 电磁力偶矩 M 、张丝恢

收稿日期: 2014-07-24

作者简介: 杨志安(1963—), 男, 河北秦皇岛人, 教授, 博士, 主要从事机电耦联动力学和结构与振动研究。



1. 磁铁 2. 张丝 3. 振子线圈

图1 振子动圈活动部分工作原理

复力偶矩 M_c 、粘性阻力偶矩 M_R 、惯性力偶矩 M_F 。

电磁力偶矩 M 与被测电流成正比:

$$M = nBSi_0 \cos \Omega t. \quad (1)$$

张丝恢复力偶矩 M_c 与转动角度成正比, 方向相反:

$$M_c = -C\theta(t). \quad (2)$$

粘性阻力偶矩 M_R 与转动速度成正比, 方向相反:

$$M_R = -\beta\dot{\theta}(t). \quad (3)$$

线圈的惯性力偶矩 M_F :

$$M_F = -I\ddot{\theta}(t). \quad (4)$$

式中: n —线圈匝数; B/T —磁感应强度; S/m^2 —线圈的面积; i_0/A —流经线圈的信号电流强度幅值; $C/(Nm \cdot rad^{-1})$ —张丝的弹性系数; $\theta(t)/rad$ —线圈的偏转角; β —线圈转动阻尼系数; $I/(kg \cdot m^2)$ —线圈转动惯量。

由动静法可写出振子系统的动力学方程为

$$I\ddot{\theta} + \beta\dot{\theta} + C\theta = nBSi_0 \cos \omega t. \quad (5)$$

方程(5)即是常用的振子系统动态特性的动力学方程, 然而该方程的建立并未考虑到振子系统的非线性因素。振子系统张丝可简化为系物弦^[6], 它所提供的恢复力偶矩可以表示成 $M_c = -C\theta - k\theta^3$, 其中 k 为张丝的非线性弹性系数, 因而方程(5)可改写为

$$I\ddot{\theta} + \beta\dot{\theta} + C\theta + k\theta^3 = nBSi_0 \cos \omega t. \quad (6)$$

令 $\frac{\beta}{I} = 2u$, $\frac{C}{I} = \omega_0^2$, $\frac{k}{I} = p$, $\frac{nBSi_0}{I} = h$, 方程(6)成为:

$$\ddot{\theta} + 2u\dot{\theta} + \omega_0^2\theta + p\theta^3 = h \cos \omega t. \quad (7)$$

式(7)是计入张丝的非线性因素后, 振子系统的非线性动力学方程, 它反映了张丝的非线性恢复力对振子系统的影响。

2 光线示波器振子系统主共振

下面分析光线示波器振子系统发生主共振的可能性。所谓主共振是指外激励频率 ω 接近派生系统固有频率 ω_0 时的共振。如果系统是线性小阻尼系统, 这时很小的激励幅值就会激发出强烈的共振^[7]。按照主共振发生的必要条件, 在振子系统阻尼、非线性系数和外激励幅值前面冠以小参数 ϵ , 同时为了研究主共振, 令

$$\omega = \omega_0 + \epsilon\sigma, \sigma = O(1). \quad (8)$$

式中: σ —激励频率失谐参数。

方程(8)转化为

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = \epsilon[-2u\dot{\theta} - p\theta^3 + h \cos(\omega_0 + \epsilon\sigma)t]. \quad (9)$$

应用多尺度法研究解得系统主共振一次近似定常解关于振子线圈振幅 a 和相位 ϕ 满足的代数方程:

$$\begin{cases} ua = \frac{h}{2\omega_0} \sin \phi \\ a\sigma - \frac{3pa^3}{8\omega_0} = -\frac{h}{2\omega_0} \cos \phi \end{cases}. \quad (10)$$

两边分别平方后相加, 消去 ϕ , 得到系统主共振幅频响应方程:

$$J_0 a^6 + J_1 a^4 + J_2 a^2 + J_3 = 0. \quad (11)$$

$$\text{式中: } J_0 = \frac{9p^2}{64\omega_0^2}, J_1 = -\frac{3\sigma p}{4\omega_0}, J_2 = u^2 + \sigma^2, J_3 = -\frac{h^2}{4\omega_0^2}.$$

3 数值计算与结果分析

选择 FC7-2500 型振子^[8]进行参数计算, 对应 $\omega_0 = 15700 \text{ rad/s}$, 其它参数赋值如下: $n=10$, $S=5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, $I=1 \times 10^{-8} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$, $C=2.465 \text{ Nm/rad}$, $k=1 \times 10^{-7} \text{ Nm/rad}^3$ 。

按照式(11)可以绘制出光线示波器振子系统主共振幅频响应曲线。

图2所示是改变振子系统的磁感应强度时, 振幅 a 与激励频率 ω 之间的关系。从图中可知, 增大磁铁的磁感应强度可以增大系统主共振的振幅和共振区。理论分析可知这是因为光线示波器振子线圈激励与磁铁的磁感应强度成正比的结果。

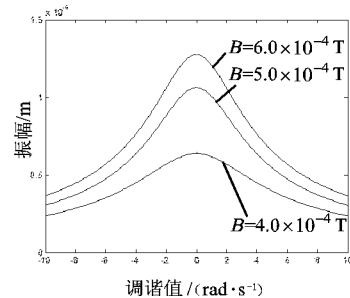


图2 不同磁感应强度振子线圈幅频响应曲线

图3所示是改变线圈的电流信号的强度时, 振幅 a 与激励频率 ω 之间的关系。从图中可知, 增大线圈的电流信号的强度可以增大系统主共振的振幅和共振区。理论分析可知这是因为光线示波器振子线圈激励与线圈的电流信号的强度成正比的结果。

图4所示是改变振子系统阻尼时, 振幅 a 与激励频率 ω 之间的关系。从图中可知, 增大振子系统阻尼可以减小系统主共振的振幅和共振区。理论分析可知这是因为光线示波器振子线圈激励与振子系统阻尼成反比的结果。

4 结论

通过在光线示波器振子系统中引入张丝的非线性恢复力偶矩, 建立了光线示波器振子系统的动态特性的非线性动力学方程。分析表明当振子系统的磁感应强度或电流信号

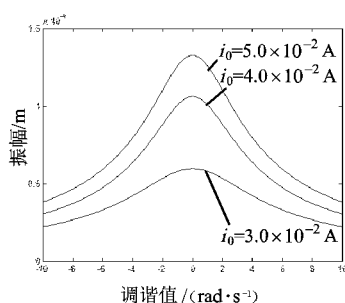


图 3 不同电流信号强度振子线圈幅频响应曲线

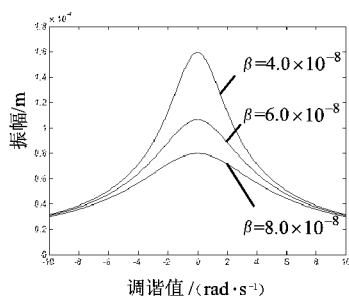


图 4 不同阻尼振子线圈幅频响应曲线

的强度较小时,可以诱发振子系统的主共振。数值计算了振子线圈的主共振幅频响应曲线,分析了系统参数对幅频响应曲线的影响,表明增大振子系统的磁感应强度或电流信号的

强度可以增大系统主共振的振幅和共振区,增大振子系统阻尼可以减小系统主共振的振幅和共振区。

参考文献:

- [1] 冯德虎,刘满银. 光线示波器振子阻尼比的确定技巧[J]. 陕西科技大学学报,2003,21(3):192-194.
- [2] 冯德虎. 光线示波器振子阻尼比确定方法的研究[J]. 振动、测试与诊断,2003,23(3):111-113.
- [3] 洪朝优,马军. 光线示波器振子动态特性的计算机仿真[J]. 煤矿机械,2005(10):44-46.
- [4] 陈建兵,施军花. 光线示波器测量误差的分析[J]. 低压电器,1992(5):37-39.
- [5] 王阿春. 光线示波器振子的选用[J]. 宇航计测技术,2003,23(4):51-56.
- [6] 杨志安,齐家璋. 系物弦在温度场中受简谐激励的亚谐共振研究[J]. 机械强度,2009,31(2):334-338.
- [7] 胡海岩. 应用非线性动力学[M]. 北京:航空工业出版社,2000:64-67.
- [8] 杜润祥. 测试与传感技术[M]. 广州:华南理工大学出版社,1991:166.

(责任编辑:李高峰)

(上接第 44 页)

- [3] Nishimura K, Takasaki T, Sakai T. Introduction of large-sized nickel-metal hydride battery GIGACELL (R) for industrial applications [J]. Alloys and Compounds,2013,580(S1):S353-S358.
- [4] 邓超,史鹏飞,张森,等. LaNi₅ 型储氢合金表面修饰及其电化学性能研究[J]. 无机化学学报,2005,3(3):446-450.
- [5] Milocco R H, Castro B E. State of charge estimation in Ni-MH rechargeable batteries[J]. Power Sources,2009,11(1):558-567.
- [6] 王凤娥. 贮氢合金常见表面处理技术的研究和进展[J]. 稀有金属,2000,24(5):383-387.
- [7] Yang K, Wu F, Chen S, et al. Effect of surface modification of metal hydride electrode on performance of

MH/Ni batteries [J]. Nonferrous metals society of China,2007,17(1):200-204.

- [8] 孙春文,郭鹤酮,唐致远,等. 贮氢合金的表面处理[J]. 稀土,1999,20(4):57-62.
- [9] Ruiz F C, Castro E B, Real S G, et al. Electrochemical characterization of AB(2) alloys used for negative electrodes in Ni/MH batteries[J]. Hydrogen Energy,2008,33(13):3576-3580.
- [10] Slepiski P, Darowicki K, Janicka E, et al. Application of electrochemical impedance spectroscopy to monitoring discharging process of nickel/metal hydride battery[J]. Power Sources,2013,11(241):121-126.

(责任编辑:李秀荣)